

**Prova scritta di  
ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)**

16 giugno 2005

1. Calcolare

$$\int_T x^2 dx dy$$

dove  $T$  è il triangolo del piano di vertici  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$  e  $(1, 1)$ .

2. Sia  $E$  l'intersezione fra il cilindro  $x^2 + y^2 = 1$  e il piano  $z = y$ . Scelta per  $E$  un'orientazione  $\tau$ , calcolare

$$\int_{(E, \tau)} (x, y, z).$$

3. Sia  $C_\alpha$  la curva congiungente  $(0, 0)$  a  $(1, 1)$ , definita come il grafico della funzione

$$t \mapsto t^\alpha, \quad t \in [0, 1]$$

dove  $\alpha > 0$ . Si consideri inoltre la funzione complessa

$$f(z) = f(x, y) := x^2 - y^2 + ax + i2y(x - 1).$$

Determinare un valore di  $a$  per il quale l'integrale

$$\int_{C_\alpha} f(z) dz$$

risulta non dipendere da  $\alpha$ .