

**Prova scritta di**  
**ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)**

16 febbraio 2006

1. Calcolare il volume della regione finita di spazio compresa fra il cono di equazione  $z = \sqrt{2(x^2 + y^2)}$  e il piano di equazione  $z = 1 + y$ .

2. Posto

$$S_\varepsilon := \{(x, y, \ln(x^2 + y^2)^{1/2}) \mid (x, y) \in \mathbf{R}^2, \varepsilon^2 \leq x^2 + y^2 \leq 1\} \quad (\varepsilon > 0)$$

calcolare

$$\lim_{\varepsilon \downarrow 0} \int_{S_\varepsilon} \frac{1}{\sqrt{1 + x^2 + y^2}} d\mathcal{H}^2.$$

3. Scegliere  $\alpha$  affinché la funzione complessa

$$f : z = x + iy \mapsto \frac{\alpha}{2}(x^2 + y^2) + i\frac{y}{x}$$

sia derivabile in  $1 + i$ . Per tale  $\alpha$ , determinare tutti i punti in cui  $f$  è derivabile. Infine, posto  $\alpha := 2$ , calcolare

$$\int_{\bar{S}} f(z) dz$$

dove  $\bar{S}$  è il segmento orientato di punto iniziale 1 e punto finale  $1 + i$ .