

**Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)**

26 gennaio 2006

1. Indicata con C la curva ottenuta dall'intersezione del cilindro $x^2 + y^2 = 1$ con il piano $x + y = z$, si calcoli

$$\int_C \sqrt{3(x^2 + y^2) - z^2} d\mathcal{H}^1.$$

2. Si consideri il campo vettoriale $F : \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid z > -1\}$ definito come segue

$$F(x, y, z) := \left(xz, \frac{y}{z+1}, -\frac{z^2}{2} + z - \ln(1+z) \right).$$

Inoltre, indicato con D il disco unitario del piano xy centrato nell'origine, sia E il sottografico della funzione

$$D \ni (x, y) \mapsto f(x, y) := [1 + \sin(xy)](1 - x^2 - y^2).$$

Calcolare dapprima l'integrale

$$\int_E \operatorname{div} F$$

e poi, servendosi del risultato ottenuto e del teorema della divergenza, calcolare anche il flusso (ascendente) di F attraverso il grafico di f .

3. Verificare che la funzione

$$v(x, y) := e^x(x \cos y - y \sin y), \quad (x, y) \in \mathbf{C}$$

è armonica. Determinare poi $u : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$ tale che $u + iv$ sia derivabile.