

**Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)**

7 settembre 2006

1. Siano a, b, h numeri reali tali che

$$b \geq a > 0, \quad h > 0.$$

Calcolare il volume della "botte ellissoidale"

$$\left\{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid \frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} \leq 1, |z| \leq h \right\}$$

al variare di h .

2. Calcolare

$$\int_{\bar{S} \cup \bar{C}} F$$

dove

- \bar{S} è il segmento orientato avente $(1, 1, 0)$ come punto iniziale e $(1, 0, 0)$ come punto finale;
- \bar{C} è il quarto di circonferenza, nel piano $x = 1$, di centro $(1, 1, 0)$ e orientato in modo tale che $(1, 0, 0)$ e $(1, 1, 1)$ ne siano rispettivamente il punto iniziale e il punto finale;
- F è il campo vettoriale

$$(x, y, z) \mapsto \left(-\frac{y}{x^2}, \frac{1}{x}, 1 \right).$$

3. Determinare:

- il dominio di esistenza D della funzione

$$(x, y) \mapsto f(x, y) := \ln \left(\frac{x}{y} \right) + ixy;$$

- i punti di D in cui f è derivabile.