

**Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)**

6 giugno 2007

1. Calcolare

$$\int_E \ln(1 + x^2 + y^2)^z dx dy dz$$

dove

$$E := \{(x, y, z) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 1\}.$$

2. Considerato il campo di vettori

$$F(x, y) := \left(\frac{x}{1 + x^2 + y^2}, \frac{y + \alpha}{1 + x^2 + y^2} \right), \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

determinare un valore di α per cui si abbia

$$\int_C F = 0$$

per ogni circonferenza C centrata nell'origine e percorsa in senso orario.

3. Provare che la funzione complessa

$$(x, y) \mapsto \frac{\ln(1 + x)}{y} + i(x^2 - y^2) \quad (x > -1, y \neq 0)$$

non è derivabile in alcun punto dell'asse $x = 0$.