

**Prova scritta di**  
**ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)**

1 luglio 2008

1. Sia  $T$  il triangolo di vertici

$$(1, 0, 0), \quad (3, 0, 0), \quad (2, 0, 1).$$

Calcolare il volume del solido ottenuto facendo compiere a  $T$  una intera rotazione intorno all'asse  $z$ .

2. Calcolare l'area della superficie del solido descritto nell'esercizio n. 1.

3. Un piano  $\Pi$ , coincidente all'istante iniziale ( $t = 0$ ) con il piano  $xz$ , ruota intorno all'asse  $z$  con velocità angolare unitaria. Si considerino i due punti  $A$  e  $B$  in  $\Pi$  che, per  $t = 0$ , occupano le posizioni  $(1, 0, 0)$  e  $(2, 0, 1)$  rispettivamente. Supponiamo che il punto  $P \in \Pi$  percorra il segmento  $AB$  con velocità costante dalla posizione iniziale  $A$  (per  $t = 0$ ) alla posizione finale  $B$  (per  $t = 2\pi$ ). Determinare la posizione  $\gamma(t)$  occupata da  $P$  all'istante  $t$ . Calcolare inoltre la lunghezza della traiettoria compiuta da  $P$  (per  $0 \leq t \leq 2\pi$ ).