

**Prova scritta di  
ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)**

4 febbraio 2008

1. Si consideri il campo vettoriale

$$F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad (x, y) \mapsto (0, x)$$

e la regione limitata  $E$  racchiusa dalle curve di equazione

$$y = 0, \quad x + y = 2, \quad y = x^2 \ (x \geq 0).$$

Calcolare

$$\int_{\partial E} F$$

e mostrare che il risultato trovato coincide con l'area di  $E$ .

2. Calcolare il volume dell'insieme

$$\left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq |x|, 0 \leq z \leq \frac{x^2 y}{x^2 + y^2 + 1} \right\}.$$

3. Provare che una funzione complessa della forma  $(x, y) \mapsto u(x, y) + iu(x, y)$  è derivabile se e solo se  $u$  è costante su ogni componente connessa del dominio.