

**Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)**

8 settembre 2008

1. Calcolare

$$\int_D \frac{1}{2x+y} dx dy$$

dove D è la regione piana limitata dalle curve

$$y = x, \quad 2y = x, \quad y = -2x^2 + 2x, \quad y = -x^2 + 2x.$$

2. Sia \mathcal{P} la piramide di vertici

$$(0, 0, 0); \quad (2, 0, 0); \quad (1, 1, 0); \quad (0, 1, 0); \quad (1, 1, 1).$$

Applicare a \mathcal{P} il teorema della divergenza per calcolare il flusso ascendente del campo

$$F(x, y, z) := (0, 0, z), \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$$

attraverso la superficie poliedrale data dall'unione dei due triangoli di vertici rispettivamente

$$(0, 0, 0); \quad (2, 0, 0); \quad (1, 1, 1)$$

e

$$(0, 0, 0); \quad (0, 1, 0); \quad (1, 1, 1).$$

3. Supponiamo che la parte reale di una funzione complessa derivabile in \mathbb{C} sia della forma

$$(x, y) \mapsto y \int_0^x g(t) dt$$

dove $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile. Provare allora che g è costante.