

**Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA IV UNITA' DIDATTICA (COMPATTA)**

10 settembre 2009

1. Calcolare l'integrale

$$\int_D 1 - x^2 - y^2 \, dx dy$$

dove $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$.

2. Si consideri il campo di vettori

$$F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad (x, y, z) \mapsto (2x, y, 1 - 2z)$$

e la superficie

$$S := \{(x, y, 1 - x^2 - y^2) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

Usare il teorema della divergenza e il risultato dell'esercizio precedente per calcolare il flusso ascendente di F attraverso S .

3. Determinare i punti in cui la funzione complessa

$$x + iy \mapsto x \cos y (1 + i \sin y), \quad x + iy \in \mathbb{C}$$

è derivabile.