

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA III - AA 09/10
ANALISI MATEMATICA IV (COMPATTA) - AA 08/09
11 gennaio 2010

1. Sia A la regione compatta del piano limitata dalle rette

$$y = x, \quad y = 2x, \quad y + x = 1, \quad y + x = 2.$$

Determinare il volume dell'insieme

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x, y) \in A, \quad 0 \leq z \leq (xy)^{-1}\}.$$

2. Calcolare l'area della superficie

$$\{(x, y, x^2 - y^2) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

3. Sia $\Omega := (0, +\infty)^2$ e

$$u(x, y) := x + \frac{x}{x^2 + y^2}, \quad (x, y) \in \Omega.$$

Verificare che u è una funzione armonica. Determinare $v : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $u + iv$ sia derivabile in Ω .