

**Prova scritta di**  
**ANALISI MATEMATICA III - AA 10/11**  
**ANALISI MATEMATICA IV (COMPATTA) - AA 08/09**  
07 giugno 2011

1. Siano  $A$  e  $B$ , rispettivamente, il disco di raggio 2 centrato nell'origine e il disco di raggio 1 centrato in  $(1, 0)$ . Calcolare

$$\int_T (x^2 + y^2)^{-1/2} dx dy$$

dove

$$T := \{(x, y) \in A - B \mid 0 \leq y \leq x\sqrt{3}\}.$$

2. Sia  $\bar{C}$  la curva orientata avente come luogo

$$C := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y = 0, x \geq 0, x^2 + z^2 = 1\}$$

percorsa nel senso in cui  $z$  cresce. Calcolare l'integrale

$$\int_{\bar{C}} (-z, z(x+y), x).$$

3. Determinare una funzione liscia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  tale che la funzione complessa

$$x + iy \mapsto x^3 - yf(x, y) + i[xf(x, y) - y^3]$$

sia derivabile in  $\mathbb{C}$ .