

**Prova scritta di**  
**ANALISI MATEMATICA III - AA 10/11**  
**ANALISI MATEMATICA IV (COMPATTA) - AA 08/09**  
17 gennaio 2011

1. Calcolare

$$\int_E (1-z)(x^2+y^2)^{1/2} dx dy dz$$

dove  $E$  è la regione di spazio ottenuta da una rotazione completa intorno all'asse  $z$  dell'insieme

$$\{(0, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq y \leq (1-z)^2, 0 \leq z \leq 1\}.$$

2. Consideriamo:

- il campo vettoriale

$$F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad F(x, y, z) := \left( \frac{z}{x}, x, \ln y \right);$$

- la regione piana compatta  $A$  limitata dalle rette

$$y = x, \quad y = 2x, \quad x + y = 1, \quad x + y = 2;$$

- il grafico  $G$  della funzione

$$f : A \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) := xy.$$

Usare il Teorema di Stokes per calcolare

$$\int_{\partial G} F$$

dove per  $\partial G$  si sia scelta arbitrariamente una delle due orientazioni.

3. Sia  $\bar{\Gamma}$  la curva orientata (spirale) parametrizzata dalla mappa

$$t \mapsto i + te^{it}, \quad t \in [0, 2\pi].$$

Calcolare

$$\int_{\bar{\Gamma}} \frac{1}{z^2} dz.$$