

**Prova scritta di**  
**ANALISI MATEMATICA III - AA 10/11**  
**ANALISI MATEMATICA IV (COMPATTA) - AA 08/09**

23 agosto 2011

**1.** Se  $z \in \mathbb{R}$ , indichiamo con  $D_z$  il disco unitario centrato in  $(0, z, z)$  e parallelo al piano  $xy$ . Posto

$$\Gamma := \bigcup_{z \in [0,1]} D_z$$

calcolare

$$\int_{\Gamma} 4[(y-z)^2 + x^2] \, dx dy dz.$$

**2.** Siano  $\Gamma$  e  $D_z$  gli insiemi definiti nell'esercizio precedente, sia  $N$  il campo normale a  $\partial\Gamma$  uscente da  $\Gamma$ , sia  $\Sigma := \partial\Gamma - (D_0 \cup D_1)$  e

$$F(x, y, z) := (x, y, -2z), \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

Calcolare

$$\int_{\Sigma} F \cdot N$$

usando il Teorema di Gauss.

**3.** Sia

$$f(w) := \int_{[0;w]} \bar{z} \, dz, \quad w \in \mathbb{C}.$$

Determinare i punti in cui  $f$  è derivabile.