

**Prova scritta di**  
**ANALISI MATEMATICA III - AA 11/12**  
4 settembre 2012

1. Applicare il teorema della divergenza all'insieme

$$E := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x-1)^2 + y^2 \leq 1, x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0\}$$

e al campo di vettori

$$F(x, y, z) := (-y, x-1, z), \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$$

per calcolare il flusso ascendente di  $F$  attraverso la superficie

$$\{(x, y, z) \in \partial E \mid x^2 + y^2 + z^2 = 4\}.$$

2. Calcolare l'area della regione compatta del cilindro  $x^2 + y^2 = 1$  racchiusa dal segmento  $\{(1, 0)\} \times [1, 2]$  e dalle due eliche

$$t \mapsto (\cos 2\pi t, \sin 2\pi t, t), \quad t \mapsto (\cos 2\pi t, \sin 2\pi t, 2t)$$

con  $t \in [0, 1]$ .

3. Determinare

$$\int_{\bar{C}} z^3 dz$$

dove  $\bar{C}$  è l'arco di parabola parametrizzato da

$$\gamma(t) := t(2-t) + it, \quad t \in [0, 2].$$