

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA III - AA 11/12
13 febbraio 2012

1. Calcolare

$$\int_E \frac{1}{(x^2 + y^2)^{3/2}} dx dy$$

dove

$$E := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y \geq 1, x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

2. Verificare la formula di Stokes

$$\int_{(D,N)} \text{rot } F = \int_{\partial(D,N)} F$$

dove D è il disco di raggio 1 e centro $(0, 1, 1)$ incluso nel piano $y = 1$, $N := (0, 1, 0)$ e

$$F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad F(x, y, z) := (-yz, xz, xy).$$

3. Siano dati un sottoinsieme aperto Ω di \mathbb{R}^2 e due funzioni $u, v : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$.
Provare che le seguenti affermazioni sono equivalenti:

- (i) u e v sono costanti in ogni componente connessa di Ω ;
- (ii) $u + iv$ e $v + iu$ sono derivabili.