

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA III - AA 11/12

25 gennaio 2012

1. Calcolare

$$\int_E z \sin(xy) \, dx dy dz$$

dove

$$E := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x, y, z \in [-1, 1], x^2 + y^2 \geq 1\}.$$

2. Sia S_θ la superficie ottenuta da una rotazione completa intorno all'asse y del segmento di estremi

$$(0, 0, 1), \quad (0, \cos \theta, 1 + \sin \theta).$$

Calcolare $\mathcal{H}^2(S_\theta)$ e disegnare il grafico di $\theta \mapsto \mathcal{H}^2(S_\theta)$, con $\theta \in (-\pi/2, \pi/2)$.

3. Sia

$$u(x, y) := e^x(x \cos y - y \sin y), \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

Provare che esiste una funzione $v : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $u + iv$ è derivabile in \mathbb{C} . Determinare un'espressione esplicita del campo normale N al grafico di v tale che $N_3 > 0$.