

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA III - AA 12/13
4 giugno 2013

1. Si considerino

$$\Gamma_0 := \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}$$

e

$$\Gamma_1 := \{(x, y, z) \mid (x-1)^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}.$$

Calcolare il volume della regione formata dai punti di Γ_1 che non appartengono a Γ_0 .

2. Si consideri la parametrizzazione di curva piana

$$\gamma(t) := \left(t, \frac{\sin t}{t} \right), \quad t \in \left[\pi, \frac{\pi}{2} \right]$$

e il campo di vettori

$$F(x, y) := \left(\frac{3\pi}{2}y, \left(x - \frac{\pi}{2} \right) (\pi - x) \right), \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2.$$

Calcolare l'integrale

$$\int_{\gamma} F$$

applicando il teorema di Green al sottografico di $t \mapsto \sin t/t$, con $t \in (\pi/2, \pi)$.

3. Discutere, al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$, la derivabilità della funzione $F_\alpha : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$ definita da

$$F_\alpha(w) := \int_{[0;w]} f_\alpha(z) dz \quad (w \in \mathbf{C})$$

dove $[0;w]$ è il segmento orientato congiungente 0 (punto iniziale) e w , mentre $f_\alpha(z) = f_\alpha(x + iy) := x + i\alpha y$.