

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA II
per il Corso di Laurea in Matematica
AA 2014/2015

16 luglio 2015

1. Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ così definita:

$$f(x, y) := \begin{cases} (x - y) \sin y & \text{se } y \leq x \\ 0 & \text{se } y > x. \end{cases}$$

- Studiare la continuità di f ;
 - Discutere l'esistenza di ∇f e calcolarne l'espressione (dove esiste);
 - Studiare la differenziabilità di f .
2. Sia $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$ e si consideri la funzione

$$f(x, y) := x^2 + y^2 - x, \quad (x, y) \in D.$$

Determinare i massimi e i minimi, globali e locali, della funzione f .

3. Si consideri il campo vettoriale

$$F(x, y) := \left(\frac{-1 - y}{(1 + x)^2}, \frac{1}{x + 1} \right), \quad (x, y) \in (\mathbb{R} \setminus \{-1\}) \times \mathbb{R}.$$

- Verificare che F soddisfa la condizione delle derivate incrociate;
- Si può dedurre da questo (cioè dal punto precedente) che allora F ha un potenziale? Motivare la risposta;
- Calcolare un potenziale di F ;
- Calcolare

$$\int_{\{\gamma\}} F$$

dove $\gamma : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ è definito da $\gamma(t) := (e^t, \sin t)$.