

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA III
per il Corso di Laurea in Matematica
AA 2014/2015

6 luglio 2015

1. Calcolare

$$\int_{\Gamma} (x^2 + y^2 - 2y)e^z d\mathcal{L}^3(x, y, z)$$

dove

$$\Gamma := \{(x, y, z) \mid 1 \leq x^2 + (y - 1)^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 2\}.$$

2. Sia S la superficie ottenuta facendo ruotare l'insieme

$$\{(0, y, \cos y) \mid y \in [0, \pi/2]\}$$

intorno all'asse z . Provare che la funzione

$$(x, y, z) \mapsto \frac{1}{\sqrt{2 - z^2}}, \quad (x, y, z) \in S$$

è limitata e calcolare

$$\int_S \frac{1}{\sqrt{2 - z^2}} d\mathcal{H}^2(x, y, z).$$

3. Si consideri l'insieme

$$E := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq x\}$$

e sia ν il campo di vettori normali esterni a ∂E . Applicare il teorema della divergenza per calcolare

$$\int_{(\partial E, \nu)} (\ln(1 + y), (x + y)^2).$$