

**Prova scritta di**  
**ANALISI MATEMATICA III**  
**per il Corso di Laurea in Matematica**  
**AA 2014/2015**

8 giugno 2015

1. Calcolare

$$\int_S \frac{x^2 + y^2}{e^z} d\mathcal{H}^2(x, y, z)$$

dove  $S$  è la superficie ottenuta facendo ruotare la curva  $\{(0, y, \ln y) \mid y \in [1, 2]\}$  intorno all'asse  $z$ .

2. Sia  $G$  il grafico della funzione

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\} \ni (x, y) \mapsto \sqrt{x^2 + y^2 + 3}$$

e sia  $\nu$  il campo normale a  $G$  tale che  $\nu_3 > 0$ . Calcolare il rotore di

$$F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad F(x, y, z) := (-y, x, x^2 z^2)$$

e usare il teorema di Stokes per provare che

$$\int_{(G, \nu)} (0, -xz^2, 1) = \pi.$$

3. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione  $2\pi$ -periodica tale che

$$f(x) = \begin{cases} -\pi + x & \text{se } x \in [-\pi, 0), \\ \pi + x & \text{se } x \in [0, \pi). \end{cases}$$

Scrivere la serie di Fourier di  $f$  e discuterne la convergenza.