

**Prova scritta di**  
**ANALISI MATEMATICA 2**  
**per il Corso di Laurea in Matematica**  
**(appello di recupero)**  
**AA 2016/2017**

20 giugno 2017

1. Descrivere le proprietà di convergenza della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1 + (-1)^n}{n+1} n (\sin x)^n.$$

2. Si considerino l'insieme

$$T := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0, y \leq 4 - 2x\}.$$

e la funzione

$$f(x, y) := x^2 + y^2 + 2x - 2y, \quad (x, y) \in T.$$

- Provare che la funzione  $f$  ha massimo e minimo (assoluti);
- Determinare il massimo e il minimo (assoluti) di  $f$ , nonché i punti in cui essi vengono conseguiti.

3. Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - \frac{2x}{1+x^2} y(x) = 1 \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

- Ricorrendo ai teoremi noti (senza risolvere esplicitamente l'equazione), provare che il dominio della soluzione massimale è  $\mathbb{R}$ ;
- Risolvere esplicitamente l'equazione, ricavando la soluzione del problema di Cauchy assegnato.