Prova scritta di

ANALISI MATEMATICA 2
per il Corso di Laurea in Matematica
(appello di recupero)

AA 2016/2017

7 settembre 2017

1. Studiare la convergenza puntuale e L^∞ della successione di funzioni $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $(n = 1, 2, \dots)$ definite come segue:

$$f_n(x) := \begin{cases} \frac{e^{nx}}{x+e^n} & \text{se } x \neq -e^n \\ 0 & \text{se } x = -e^n. \end{cases}$$

2. Provare che la funzione

$$\varphi(x, y, z) := x - y + z, \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$$

ristretta all'insieme dei punti $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ tali che

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad x + y + z = 1$$

ha massimo e minimo assoluti. Utilizzare il teorema dei moltiplicatori di Lagrange per determinarli.

3. Determinare un potenziale del campo vettoriale

$$F(x, y) := \left(\frac{xy^2}{xy - 1}, \frac{x^2 y}{xy - 1} \right), \quad (x, y) \in A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy \neq 1\}$$

dopo averne dimostrato l'esistenza.