

**Prova scritta di**  
**ANALISI MATEMATICA 3**  
**per il Corso di Laurea in Matematica**  
**(appello di recupero)**  
**AA 2016/2017**

7 settembre 2017

1. Calcolare

$$\int_E x^2 y \, dx dy$$

dove

$$E := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \geq 1, 0 \leq y \leq x, x \leq 2\}.$$

2. Si considerino (nel piano):

- La spirale di Archimede  $C_1$  parametrizzata da  $\gamma(t) := (t \cos t, t \sin t)$ , con  $t \in [0, 2\pi]$ ;
- Il segmento  $C_2$  congiungente l'origine al punto  $(2\pi, 0)$ ;
- La regione limitata  $E$  tale che  $\partial E = C_1 \cup C_2$ .

Usare la formula di Green per calcolare l'area di  $E$ .

3. Si consideri la funzione pari  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che

$$f(t) = \max \left\{ \frac{\pi}{2} - t, 0 \right\}, \quad t \in [0, \pi].$$

Dopo aver tracciato il grafico di  $f$ , calcolare i coefficienti e descrivere le proprietà di convergenza della serie di Fourier di  $f$ .