Prova scritta di

ANALISI MATEMATICA B
per il Corso di Laurea in Matematica
AA 2017/2018

9 gennaio 2019
IV appello

1. Calcolare l'integrale

$$\int_E \frac{2z}{x^2+y^2+1}\, d\mathcal{L}^3(x,y,z)$$

dove

$$E := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, x \geq 0,\, y \geq 0,\, x^2+y^2 \leq 4,\, 0 \leq z \leq xy\}.$$

2. Sia $\overline{S}$ il segmento orientato avente $(1,0,0)$ come punto iniziale e $(0,1,0)$ come punto finale. Sia $\overline{C}$ la semicirconferenza orientata del piano yz avente $(0,1,0)$ come punto iniziale, $(0,1,2)$ come punto finale e passante per $(0,0,1)$. Disegnare la curva orientata $\overline{S} \cup \overline{C}$ e calcolare l'integrale

$$\int_{\overline{S}\cup\overline{C}} (x, x(1-z), \sin(z+xy)).$$

3. Fare un grafico qualitativo della funzione

$$f_n(x) := \left(\arctan \frac{x}{n^{1/n}}\right)^n, \quad x \in \mathbb{R} \qquad (n = 1, 2, \ldots)$$

e descrivere le proprietà di convergenza puntuale e totale della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty} f_n(x).$$