

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA B
per il Corso di Laurea in Matematica
AA 2019/2020

10 settembre 2020

1. Sia D la regione limitata del piano yz racchiusa dalle curve $y = 3$ e $y = 4z - z^2$. Rappresentare graficamente il solido E ottenuto dalla rotazione completa intorno all'asse z dell'insieme $\{0\} \times D$. Calcolare

$$\int_{\partial E} \frac{x^2 + y^2 - 9}{\sqrt{1 + (4 - 2z)^2}} dH^2(x, y, z).$$

2. Si considerino:

- La superficie $S := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + z^2 \leq 1, y = x^2\}$;
- Il campo N normale a S tale che $N_2 > 0$;
- Il campo vettoriale $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definito da $F(x, y, z) := (z^2, x/2, y + z^2)$.

Usare il teorema di Stokes per calcolare

$$\int_{(S, N)} \operatorname{rot} F.$$

3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione 2π -periodica tale che

$$f(x) = \begin{cases} -x & \text{se } x \in [-\pi, 0) \\ x + \frac{\pi}{2} & \text{se } x \in [0, \pi). \end{cases}$$

- Rappresentare il grafico di f ;
- Calcolare a_0 e b_1 ;
- Descrivere la convergenza della serie di Fourier di f ;
- Dare un esempio di insieme in cui la serie di Fourier di f converge uniformemente a f .