

**Prova scritta di**  
**ANALISI MATEMATICA B**  
**per il Corso di Laurea in Matematica**  
**AA 2020/2021**

10 gennaio 2022 - IV appello

1. Rappresentare graficamente

$$E := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}_+^3 \mid 3 - 2(x^2 + y^2) \leq z \leq 3 - (x^2 + y^2), 0 \leq y \leq x\}$$

e calcolare

$$\int_E \frac{z(x^2 + y^2)}{(3 - z)^2} dL^3(x, y, z).$$

2. Si considerino l'insieme

$$L := \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \frac{x^2}{(z+1)^2} + y^2 = 1, z \in [0, 3] \right\}$$

e il campo di vettori

$$F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad F(x, y, z) := (-y, x, xyz).$$

- Dare una rappresentazione grafica di  $L$  e di  $\partial L$ ;
- Scrivere una  $(2, 3)$ -parametrizzazione regolare di  $L$ ;
- Calcolare  $\operatorname{rot} F$ ;
- Usare la formula di Stokes per calcolare  $\int_{\partial(L, \nu)} F$ , dove  $\nu$  è il campo normale a  $L$  continuo e tale che  $\nu \cdot (0, 0, 1) \leq 0$ .

3. Descrivere le proprietà di convergenza della seguente serie di funzioni:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{(-1)^n} \left( \frac{x}{x-1} \right)^n.$$