**Prova scritta di**

**ANALISI MATEMATICA B**
**per il Corso di Laurea in Matematica**
**AA 2021/2022**

11 luglio 2022 - II appello

* * *

**1.** Sia $E$ la regione compatta del piano racchiusa dalle quattro curve

$$x = 1 - y^2, \quad x = 2 - y^2, \quad y = 0, \quad y = x^{1/2}.$$

Rappresentare graficamente $E$ e calcolare l'integrale

$$\int_E \left(1 + \frac{y^2}{x}\right)^{1/2} dL^2(x, y).$$

**2.** Si consideri la superficie

$$S := \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1,\ z = x^2 + y^2 \right\}$$

e sia $N = (N_1, N_2, N_3)$ il campo normale a $S$ tale che $N_3 > 0$. Si consideri inoltre il campo di vettori

$$F(x, y, z) := (-y, x, z - 1), \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

- Si fornisca una rappresentazione grafica qualitativa della curva $\partial S$;
- Si calcoli $\int_{\partial(S,N)} F$;
- Si calcoli $\operatorname{rot} F$ e si usi la formula di Stokes per calcolare $\int_S N_3 \, dH^2$.

**3.** Si consideri la funzione $2\pi$-periodica $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che

$$f(x) = x \sin x, \ \text{se } x \in [-\pi, \pi).$$

- Tracciare un grafico qualitativo di $f$;
- Descrivere e motivare le proprietà di convergenza della serie di Fourier di $f$;
- Ricavare i coefficienti della serie di Fourier di $f$.