

**Prova scritta di**  
**ANALISI MATEMATICA B**  
**per il Corso di Laurea in Matematica**  
**AA 2021/2022**

13 giugno 2022 - I appello

1. Si consideri la superficie

$$S := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \in [-1, 1], 2|x| \leq y \leq 1 + x^2, z = x + y\}$$

orientata dal campo normale  $N = (N_1, N_2, N_3) : S \rightarrow \mathbb{S}^2$  tale che  $N_3 > 0$ . Dopo aver rappresentato graficamente la proiezione di  $S$  nel piano  $xy$ , si applichi il teorema di Stokes per calcolare l'integrale di campo vettoriale

$$I := \int_{\partial(S, N)} (-y, z^2, x).$$

2. Fornire una rappresentazione grafica qualitativa dell'insieme

$$E := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x^2 + y^2)^{3/2} \leq z^2 + 1, z \in [0, 2]\}$$

e calcolare l'integrale

$$I := \int_E \frac{3|x|}{(1 + z^2)^2} dL^3(x, y, z).$$

3. Studiare le proprietà di convergenza della successione di funzioni  $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$ , dove

$$f_n(x) := \frac{2n^x - n^{2x}}{n + 1}, \quad x \in \mathbb{R}.$$