

**Prova scritta di**  
**ANALISI MATEMATICA B**  
**per il Corso di Laurea in Matematica**  
**AA 2021/2022**

16 gennaio 2023 - IV appello

1. Si consideri il cubo  $Q := [-1, 1]^3$  e il piano  $P$  di equazione  $x + y + z = 2$ .

- Rappresentare graficamente la curva  $\Gamma := P \cap \partial Q$ ;
- Calcolare l'integrale

$$\int_{\Gamma} (x-1)(y-1)z \, dH^1.$$

2. Sia  $L$  l'insieme dei punti  $(0, y, z) \in \mathbb{R}^3$  che non appartengono al quadrato di vertici

$$(0, 1, 0), \quad (0, 0, 1), \quad (0, -1, 0), \quad (0, 0, -1)$$

e soddisfano

$$y^2 + z^2 \leq 1, \quad z \geq 0.$$

Inoltre, sia  $E$  il solido ottenuto dalla rotazione completa di  $L$  intorno all'asse  $z$ .

- Dare una rappresentazione grafica di  $L$ ;
- Usare il teorema di Gauss della divergenza per calcolare

$$\int_{(\partial E, N)} (x^3 z, y^3 z, \sin xy),$$

dove  $N$  è il campo normale esterno a  $\partial E$ .

3. Per  $n = 1, 2, \dots$  sia  $f_n : [0, +\infty) \setminus \{n\} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita come segue

$$f_n(x) := \arctan \frac{x^{n+1}}{n-x}, \quad x \in [0, +\infty) \setminus \{n\}.$$

- Disegnare un grafico qualitativo di  $f_n$ ;
- Studiare la convergenza puntuale di  $\{f_n\}$ ;
- Studiare la convergenza uniforme di  $\{f_n\}$  negli intervalli compatti.