

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA B
per il Corso di Laurea in Matematica
AA 2021/2022

16 gennaio 2023 - IV appello

1. Si consideri il cubo $Q := [-1, 1]^3$ e il piano P di equazione $x + y + z = 2$.

- Rappresentare graficamente la curva $\Gamma := P \cap \partial Q$;
- Calcolare l'integrale

$$\int_{\Gamma} (x-1)(y-1)z \, dH^1.$$

2. Sia L l'insieme dei punti $(0, y, z) \in \mathbb{R}^3$ che non appartengono al quadrato di vertici

$$(0, 1, 0), \quad (0, 0, 1), \quad (0, -1, 0), \quad (0, 0, -1)$$

e soddisfano

$$y^2 + z^2 \leq 1, \quad z \geq 0.$$

Inoltre, sia E il solido ottenuto dalla rotazione completa di L intorno all'asse z .

- Dare una rappresentazione grafica di L ;
- Usare il teorema di Gauss della divergenza per calcolare

$$\int_{(\partial E, N)} (x^3 z, y^3 z, \sin xy),$$

dove N è il campo normale esterno a ∂E .

3. Per $n = 1, 2, \dots$ sia $f_n : [0, +\infty) \setminus \{n\} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita come segue

$$f_n(x) := \arctan \frac{x^{n+1}}{n-x}, \quad x \in [0, +\infty) \setminus \{n\}.$$

- Disegnare un grafico qualitativo di f_n ;
- Studiare la convergenza puntuale di $\{f_n\}$;
- Studiare la convergenza uniforme di $\{f_n\}$ negli intervalli compatti.