

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA B
per il Corso di Laurea in Matematica
AA 2021/2022

31 agosto 2022 - III appello

1. Si consideri l'insieme

$$C := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 1, z \in [1, 2]\}$$

e la mappa

$$\varphi : C \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \varphi(x, y, z) := (zx, zy, z).$$

- Rappresentare graficamente $\varphi(C)$;
- Provare che φ è una $(3, 3)$ -parametrizzazione regolare;
- Calcolare

$$\int_{\varphi(C)} \frac{x^2 + y^2}{z} dL^3.$$

2. Provare che la mappa

$$\gamma : [-\pi/2, \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \gamma(\theta) := (0, 2 \cos^2 \theta, 2 \cos \theta \sin \theta)$$

è una $(1, 3)$ -parametrizzazione regolare della circonferenza unitaria centrata in $(0, 1, 0)$ e contenuta nel piano yz . Indicata con C tale circonferenza, sia $\Gamma := [0, 1] \times C$. Rappresentare graficamente Γ , scrivere una $(2, 3)$ -parametrizzazione regolare di Γ e calcolare l'integrale

$$\int_{\Gamma} x|z| dH^2.$$

3. Studiare le proprietà di convergenza della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty} x^n \sin\left(\frac{x}{n}\right).$$