

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA B
per il Corso di Laurea in Matematica
AA 2022/2023

16 giugno 2023 - I appello

1. Sia

$$S := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 1, -1 - y/2 \leq z \leq 2 + y\}.$$

Calcolare

$$\int_S (y - x) dH^2.$$

2. Posto $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + (y - 1)^2 < 1\}$, si consideri la funzione

$$f : D \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) := 2 - \frac{x^2 + y^2}{y}.$$

- Verificare che $f(D) = (0, 2)$;
- Descrivere (anche graficamente) le sezioni E_z del sottografico di f

$$E := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (x, y) \in D, 0 < z < f(x, y)\};$$

- Scrivere l'espressione integrale relativa al flusso Φ del campo vettoriale $(x, y, z) \mapsto (xz^2, y^2, -2yz)$, con $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, uscente da E . Calcolare Φ , usando il teorema della divergenza, il punto precedente e il teorema di Fubini.

3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione 2π -periodica, dispari e tale che

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - x & \text{se } x \in (0, \frac{\pi}{2}) \\ x & \text{se } x \in [\frac{\pi}{2}, \pi). \end{cases}$$

- Tracciare il grafico di f .
- Descrivere le proprietà di convergenza della serie di Fourier di f . Per quanto riguarda la convergenza uniforme, limitarsi a dare un esempio di insieme nel quale si verifica tale tipo di convergenza.
- Calcolare a_n (per ogni $n \geq 0$) e b_7 .