

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA B
per il Corso di Laurea in Matematica
AA 2022/2023

24 luglio 2023 - II appello

* * *

1. Si rappresenti graficamente l'immagine Γ di

$$\gamma : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \gamma(t) := ((t-1) \vee 0, t \wedge 1, t).$$

Si provi che Γ è una curva regolare a tratti e si calcoli l'integrale

$$\int_{\Gamma} (x + y + z) d\mathcal{H}^1.$$

2. Si tracci un grafico qualitativo della regione

$$R := \left\{ (\rho \cos \alpha, \rho \sin \alpha) \mid \frac{\pi}{6} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \rho \leq \left(\alpha - \frac{\pi}{6} \right)^{1/3} \right\}$$

e si calcoli il volume del solido ottenuto dalla rotazione completa di $\{0\} \times R \subset \mathbb{R}^3$ intorno all'asse z .

3. Per ogni intero positivo n definiamo la funzione

$$f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_n(x) := \sin(\pi x^{1/n}).$$

Si tracci il grafico di f_n e si descrivano le proprietà di convergenza della successione $\{f_n\}_{n=1}^{+\infty}$.