

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA B
per il Corso di Laurea in Matematica
AA 2022/2023

1 settembre 2023 - III appello

* * *

1. Calcolare

$$\int_E (x^2 + y^2)e^{2z} dL^3,$$

dove

$$E := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq z \leq \min\{1, -\ln(x^2 + y^2)\}\}.$$

2. Sia D la regione limitata del piano yz racchiusa dalle curve

$$z = \ln y, \quad z = 0, \quad y = e.$$

Sia E il solido ottenuto da una rotazione completa di D intorno all'asse z e si consideri il campo vettoriale

$$F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad F(x, y, z) := (x, y, -z).$$

- Rappresentare graficamente D ;
- Provare che $L^3(E) = \int_E \operatorname{div} F dL^3$;
- Usare il punto precedente e il teorema della divergenza per calcolare esplicitamente $L^3(E)$.

3. Descrivere le proprietà di convergenza della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{|x|^{n/2}}{n}.$$