

**Prova scritta di**  
**ANALISI MATEMATICA B**  
**per il Corso di Laurea in Matematica**  
**AA 2022/2023**

8 gennaio 2024 - IV appello

1. Indicato con  $Q$  il quadrilatero compatto e convesso di vertici  $(1, 1)$ ,  $(2, 1)$ ,  $(4, 2)$  e  $(2, 2)$ , si calcoli

$$\int_Q \frac{y^2}{x^3} \cos\left(\frac{y}{x}\right) dL^2(x, y).$$

[Suggerimento: sfruttare il fatto che due lati di  $Q$  sono inclusi nelle rette  $y = x$  e  $y = x/2$ ]

2. Posto

$$C_1 := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y^2 + z^2 = 4, x = 0\}$$

e

$$C_2 := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y^2 + (z - 2\sqrt{2})^2 = 4, x = 0\},$$

sia  $C$  l'insieme dei punti di  $C_1 \cup C_2$  che sono contenuti nel quadrato di vertici

$$(0, 0, 0), \quad (0, \sqrt{2}, \sqrt{2}), \quad (0, 0, 2\sqrt{2}), \quad (0, -\sqrt{2}, \sqrt{2}).$$

Indicata con  $S$  la superficie ottenuta dalla rotazione completa di  $C$  intorno all'asse  $z$ , si dia una rappresentazione grafica qualitativa di  $S$  e si calcoli  $H^2(S)$ .

3. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione  $2\pi$ -periodica tale che

$$f(x) = \sin(|x|^{1/2}), \text{ se } x \in [-\pi, \pi].$$

- Tracciare il grafico di  $f$ .
- Descrivere le proprietà di convergenza della serie di Fourier di  $f$ .
- Calcolare  $b_n$  (per ogni  $n \geq 1$ ) e  $a_0$ .