

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA B
per il Corso di Laurea in Matematica
AA 2023/2024

5 settembre 2024 - III appello

* * *

1. Sia S la superficie costituita dai punti $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ tali che

$$x^2 + y^2 \leq 1, \quad \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq \sqrt{3}x, \quad z = 2xy.$$

Rappresentare graficamente la proiezione di S nel piano xy e calcolare

$$\int_S \frac{z}{(1 + 4x^2 + 4y^2)^{1/2}} dH^2(x, y, z).$$

2. Sia

$$E := \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 - y^2 \leq 4, \quad -\frac{1}{\sqrt{3}} \leq \frac{y}{x} \leq \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad x > 0 \right\}$$

e

$$F := E \times [0, 1].$$

Rappresentare graficamente E . Inoltre, usare il teorema della divergenza di Gauss per calcolare

$$\int_{\partial F} \left(y, x, \frac{z}{x^2 + y^2} \right) \cdot N dH^2,$$

dove N è il campo normale esterno a ∂E .

3. Studiare la convergenza puntuale e uniforme della serie di funzioni

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (x^2 - 1)^{2n}.$$