Prova scritta di

ANALISI MATEMATICA B
per il Corso di Laurea in Matematica
AA 2023/2024

13 gennaio 2025 - IV appello

1. Sia P il parallelogramma racchiuso dalla poligonale congiungente i punti

$$(0,2,0); \quad (0,3,0); \quad (0,2,1); \quad (0,1,1).$$

Rappresentare graficamente il solido E ottenuto dalla rotazione completa di P intorno all'asse z e calcolare

$$\int_E \frac{\sin\sqrt{x^2+y^2}}{2\sqrt{x^2+y^2}}\, dL^3.$$

2. Sia $C \subset \mathbb{R}^3$ il cilindro di equazione $y = x^2$ e sia $P \subset \mathbb{R}^3$ il grafico della funzione

$$D \to \mathbb{R}, \quad (x,y) \mapsto x^2 + y^2$$

dove $D \subset \mathbb{R}^2$ è il disco di raggio $\sqrt{2}$ centrato nell'origine. Fornire una rappresentazione grafica qualitativa di $C \cap P$ e calcolare l'integrale

$$\int_{C\cap P} x(1-2y+6z)\, dH^1.$$

3. Si consideri la successione di funzioni $f_n : [0,+\infty) \to \mathbb{R}$, $n = 1, 2, \ldots$, definite come segue

$$f_n(x) := x^n \max\{n+1-x, 0\}.$$

- Tracciare un grafico qualitativo di f_n;
- Descrivere le proprietà di convergenza puntuale e uniforme di $\{f_n\}$.