

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA B
per il Corso di Laurea in Matematica
AA 2023/2024

3 febbraio 2025 - V appello

1. Sia E il sottoinsieme compatto di $\mathbb{R}^2$ delimitato dalle curve

$$y^2 - x^2 = -1, \quad y^2 - x^2 = 1, \quad x + y = 1, \quad x + y = 2.$$

Inoltre sia S il grafico della funzione

$$f : E \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) := x + y.$$

- Fornire una rappresentazione grafica di E .
- Calcolare $H^2(S)$.

2. Si considerino l'insieme

$$E := \{(x, y) \in [-2, 2] \times [0, 1] : y \geq 1 - |x|\}$$

e il campo vettoriale

$$F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad F(x, y) := (2xy, x^2 + \sin x + y).$$

- Rappresentare graficamente E ;
- Usare la formula di Green per calcolare

$$\int_{\partial E} F \cdot \tau_E dH^1,$$

dove τ_E indica l'orientazione positiva di ∂E .

3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione 2π -periodica e pari tale che

$$f(x) = \max \left\{ \min \left\{ x, \frac{\pi}{2} - x \right\}, x - \frac{\pi}{2} \right\}, \quad \text{per ogni } x \in [0, \pi].$$

- Fornire una rappresentazione del grafico di f .
- Calcolare i coefficienti di Fourier a_0 , a_1 , a_4 e b_n .
- Descrivere le proprietà di convergenza della serie di Fourier di f .