

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA B
per il Corso di Laurea in Matematica
AA 2023/2024

10 giugno 2024 - I appello

* * *

1. Sia B la palla di raggio 1 e centro $(0, 2, 1)$. Sia E la regione di \mathbb{R}^3 ottenuta da una rotazione completa dell'insieme

$$T := (\{0\} \times [1, 2] \times [0, 1]) \setminus B,$$

intorno all'asse z .

- Rappresentare graficamente T ed E ;
- Calcolare l'integrale

$$\int_E z \left(\frac{2}{(x^2 + y^2)^{1/2}} - 1 \right) dL^3.$$

2. Sia S il triangolo avente come vertici l'origine, $(1, 0, 1)$ e $(1, 1, 2)$. Inoltre sia N il campo normale ascendente a S e si consideri il campo vettoriale

$$F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad F(x, y, z) := (xz, x^2 + y, x - yz).$$

- Rappresentare graficamente S ;
- Usare il teorema di Stokes per calcolare $\int_{\partial(S, N)} F$.

3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione dispari e 2π -periodica tale che

$$f(x) = \pi - (\pi^2 - x^2)^{1/2}, \quad \text{per ogni } x \in (0, \pi).$$

- Tracciare il grafico qualitativo di f ;
- Descrivere le proprietà di convergenza della serie di Fourier di f ;
- Calcolare a_n ($n \geq 0$) e provare con un calcolo diretto che $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 0$.