

**Prova scritta di**  
**ANALISI MATEMATICA B**  
**per il Corso di Laurea in Matematica**  
**AA 2023/2024**

1 luglio 2024 - II appello

\* \* \*

1. Rappresentare graficamente l'insieme

$$E := \{\rho(\cos \theta, \sin \theta) \mid 0 \leq \theta \leq \pi, \theta/2 \leq \rho \leq \theta^2 + \theta/2\}.$$

Usare poi il Teorema di Green per calcolare

$$\int_{(\partial E, \tau_E)} (-y, x),$$

dove  $\tau_E$  indica il campo vettoriale unitario che orienta positivamente  $\partial E$ .

2. Sia  $E$  la curva del piano di equazione  $x^2 + 4y^2 = 4$  e sia  $G$  il grafico della funzione

$$f : E \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) := \frac{x}{2} + 2y,$$

i.e.,  $G = \{(x, y, f(x, y)) \mid (x, y) \in E\}$ . Calcolare l'integrale

$$\int_G (5 - 2xy)^{1/2} dH^1(x, y, z).$$

3. Si consideri la successione di funzioni  $f_n : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , definite come segue

$$f_n(x) := \frac{6x^3 + 6nx^2 - 3(n+1)x + 2}{nx^3}.$$

- Tracciare un grafico qualitativo di  $f_n$ ;
- Descrivere le proprietà di convergenza puntuale e uniforme di  $\{f_n\}$ .