

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA B
per il Corso di Laurea in Matematica
AA 2024/2025

15 luglio 2025 - II appello

* * *

1. Rappresentare graficamente l'insieme

$$D := \{(y, z) \in [0, +\infty) \times [0, +\infty) \mid (y-1)^2 + z^2 \leq 4\}$$

e calcolare il volume del solido E ottenuto dalla rotazione completa di $\{0\} \times D$ intorno all'asse z .

2. Si consideri il campo vettoriale

$$F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad F(x, y) = (y, x).$$

Calcolare $\int_{(C, \tau)} F$ nei seguenti casi:

(i) Se (C, τ) è il grafico della funzione

$$f_\alpha : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_\alpha(x) = x^\alpha$$

con $\alpha \in (0, +\infty)$, orientato in modo che $(0, 0)$ sia il suo punto iniziale.

(ii) Se (C, τ) è un arco di circonferenza centrata in $(1, 0)$ avente $(0, 0)$ come punto iniziale e $(1, 1)$ come punto finale.

(iii) (Facoltativo, vale 2 punti supplementari) Se (C, τ) è una qualsiasi curva regolare orientata, avente $(0, 0)$ come punto iniziale e $(1, 1)$ come punto finale.

3. Studiare le proprietà di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n4^n} \left(x + \frac{1}{x}\right)^n.$$