

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA B
per il Corso di Laurea in Matematica
AA 2024/2025

2 settembre 2025 - III appello

* * *

1. Rappresentare graficamente l'insieme E dei punti $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ tali che

$$x = 0, \quad -y \leq z \leq 1, \quad y \leq 1, \quad (y-1)^2 + z^2 \geq 1.$$

Calcolare

$$\int_V y(x^2 + z^2) dL^3,$$

dove V è il solido ottenuto da una rotazione completa di E intorno all'asse y .

2. Sia C il cilindro solido in \mathbb{R}^3 di raggio $\sqrt{2}$ avente per asse la retta

$$\{(0, y, 2-y) \mid y \in \mathbb{R}\}$$

e sia

$$\Gamma := \{(x, y, z) \in C \mid y \geq 0, z \geq 0\}.$$

- Fornire una rappresentazione grafica qualitativa di Γ .
- Applicare il teorema della divergenza (di Gauss) per calcolare il flusso Φ del campo

$$F(x, y, z) = (y-x, (z-2)^2, z), \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$$

attraverso $\Sigma := \partial\Gamma \cap \partial C$ (i.e. la porzione cilindrica di $\partial\Gamma$), orientata con il campo normale uscente da C .

3. Si consideri la successione di funzioni $f_n : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ ($n = 1, 2, \dots$) così definita

$$f_n(x) := \frac{e^{nx + \frac{2}{nx}}}{x}.$$

Tracciare un grafico qualitativo di f_n e descrivere le proprietà di convergenza di $\{f_n\}$.