

Prova scritta di
ANALISI MATEMATICA B
per il Corso di Laurea in Matematica
AA 2024/2025

7 gennaio 2026 - IV appello

* * *

1. Sia E l'insieme compatto del primo quadrante (del piano cartesiano) racchiuso dalle curve

$$x + y = 1, \quad x + y = 3, \quad x - y^2 = 0, \quad x - y^2 = 1.$$

Sia $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ il campo vettoriale definito come segue

$$F(x, y) = (-xy - y^2/2, x^2y + 2xy^2), \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

- Rappresentare graficamente E ;
- Usare la formula di Green per calcolare l'integrale $\int_{\partial E} F \cdot \tau_E dH^1$, dove τ_E denota l'orientazione positiva di ∂E .

2. Sia C la curva ottenuta intersecando il cilindro ellittico

$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$$

col grafico della funzione $(x, y) \mapsto xy$. Calcolare

$$\int_C \sqrt{1 + 3y^2 + 4((x/2)^2 - y^2)^2} dH^1.$$

3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione 2π -periodica e dispari tale che

$$f|_{(0, \pi)} = 2\chi_{(0, \pi/3)} + \chi_{(2\pi/3, \pi)}.$$

- Disegnare il grafico di f .
- Descrivere le proprietà di convergenza della serie di Fourier di f e fare un esempio di insieme in cui la convergenza è uniforme.
- Calcolare a_n (per ogni n), b_1 e b_{10} .